Exemple 18
Le biais d'équiprobabilité

Gauvrit, Nicolas; Morsanyi, Kinga (2014) The Equiprobability Bias from a Mathematical and Psychological Perspective. **Advances in Cognitive Psychology** 10(4) 119-130

Le biais d'équiprobabilité (BE) est la tendance à croire que les résultats de tout phénomène aléatoire se distribuent avec probabilités égales. Les auteurs proposent de montrer que, contrairement à la croyance générale, cette tendance ne découle pas d'une incompréhension des phénomènes aléatoires car le hasard, disent-ils, entraîne en fait l'uniformité. L'erreur, en fait, est de s'attendre à l'uniformité même dans un contexte non aléatoire.

Le problème de lotterie

Une classe est constituée de 9 garçons et 6 filles. Les noms des enfants sont inscrits dans 15 fiches placées dans un chapeau. On tire une fiche au hasard. Qui, d'après toi va gagner : a) un garçon [bonne réponse]; b) une fille; c) l'un ou l'autre également.

Problème des deux enfants

M. Tremblay a deux enfants. Quelle est la probabilité que les deux enfants soient de garçons? La bonne réponse est ¼, mais plusieurs donnent 1/3 comme réponse (se basant implicitement sur un espace échantillon dans lequel l'ordre ne compte pas).

Le problème des trois cartes

On distribue trois cartes. L'une est verte des deux côtés (VV); une deuxième est rouge des deux côtés (RR); et la troisième est rouge d'un côté et verte de l'autre (RV). On tire une carte au hasard et l'un seul des deux côtés est montré au participant. Elle est rouge. On pose la question : quelle est la probabilité que la carte soit RV? La réponse typique est ½. La bonne réponse est 2/3.

Le problème des trois prisonniers

Un géôlier sait que l'un des trois prisonniers A, B et C sera libéré demain et les deux autres seront exécutés. Le prisonnier C lui demande de nommer l'un des deux prisonniers qui sera exécuté. Le géôlier répond : B sera exécuté. Cela réconforte C, car sachant que B sera exécuté, il estime ses chances d'être exécuté à ½ alors qu'avant d'obtenir cette information, elle était de 2/3. Ce raisonnement est souvent accepté alors qu'il est erroné : la bonne réponse est que la probabilité est encore 2/3.

Le problème de l'hôpital

L'hôpital A a une moyenne de 50 naissances par jour, alors que l'hôpital B en a 10. Bien sûr, il arrive de temps en temps, que la proportion de garçons en un jour donnée soit supérieur à 60 %. Est-ce que cela arrive plus souvent à l'hôpital A ou à l'hôpital B? La réponse souvent donnée est A, alors que la bonne réponse est B

Une étude sur l'utilité d'une formation avec un générateur aléatoire

Les données du tableau ci-dessus proviennent d'une étude de Morsanyi, et al. (Morsanyi, K., handley, s. J., & serpell, s. (2013). Making heads or tails of probability: An experiment with random generators. *British Journal of Educational Psychology*, 3, 379-395).

Un groupe de 108 personnes, réparti en un groupe expérimental de 55 sujets et un groupe témoin de 53 sujets, tentent de résoudre les 4 problèmes énoncés ci-dessus. Le groupe expérimental a eu un entraînement avec un générateur aléatoire et l'objectif est de déterminer si cette expérience permet de mieux répondre aux questions

	Groupe expérimental (n = 55)		Groupe Contrôle (n = 53)	
Problème	Incorrecte	Correcte	Incorrecte	Correcte
Lotterie	2	50	5	47
Deux enfants	49	3	51	1
Hôpital	28	23	42	4
Total	26	258	32	17

Note. La somme des effectifs n'est pas toujours égale à n à cause de certaines réponses invalides éliminées.

Pour chacun des trois jeux, tester l'hypothèse que l'expérience avec les générateurs aléatoires n'a pas d'effet sur le taux de réponses incorrectes. Les approximations normales n'étant pas fiables avec un nombre de succès extrême, utiliser plutôt la distribution conditionnelle du nombre X_1 de réponses incorrectes dans le groupe expérimental, étant donné le nombre total $m = X_1 + X_2$ de réponses incorrectes dans les deux groupes (voir l'exercice 7.24).

Réponses: Un test unilateral se justifie du fait qu'on n'a aucune raison de croire que l'expérience avec des générateurs aléatoires puisse nuire à l'intuition probabiliste.
Lotterie: $P(X_1 \leq 2 | X_1+X_2=7) = 0,2184$.
Deuxenfants: $P(X_1 \leq 49 | X_1+X_2 = 7100) = 0,3088$.
Hôpital: $P(X_1 \leq 28 | X_1+X_2=70) = 0,0253$.
Seule la performance au jeu de l'hôpital semble avoir été améliorée grâce à une expérience avec les générateurs aléatoires.